

Handreichung zum Themenfeld „Implementierung von BNE im Fach Mathematik“

Autor: Christopher Klar, Volkshochschule Mönchengladbach, Oktober 2021

Inhalt

1	Einleitung	2
2	Bildung für nachhaltige Entwicklung (BNE).....	3
2.1	Definitionen des Begriffs Nachhaltigkeit.....	3
2.2	Bildung für nachhaltige Entwicklung (BNE)	4
2.3	BNE im Fach Mathematik	5
2.4	Aufgaben und Ziele des Mathematikunterrichts	5
2.5	Prozess, Inhalt und Kontext	7
2.6	Prozess-, inhaltsbezogene Kompetenzen und BNE	8
3	Beispielaufgaben.....	10
3.1	Beispielaufgabe Kohleverbrauch	10
3.2	Beispielaufgabe Windrad	13
3.3	Beispielaufgabe Atmosphärisches CO₂	16
3.4	Beispielaufgabe LED vs. Glühbirne	19
3.5	Beispielaufgabe Inlandsflug	21
3.6	Beispielaufgabe Energieverbrauch	24
4	Fazit	28
5	Quellen.....	29

1 Einleitung

Nachhaltigkeit ist ein sehr wichtiges Thema. Gerade im Kontext von Bevölkerungswachstum, der CO_2 -Problematik und daraus resultierender Probleme wie der Erderwärmung und dem Klimawandel, ist nachhaltiges Leben von großer Wichtigkeit und einer der Bausteine, die es der Menschheit ermöglichen sollen, auch in 200 Jahren noch lebenswert auf der Erde zu leben.

Jedoch sind Nachhaltigkeit und nachhaltiges Leben leider nicht selbstverständlich. Unter dem Begriff BNE (Bildung für nachhaltige Entwicklung) soll versucht werden, Schüler*innen zu nachhaltigerem Denken „zu erziehen“, besser gesagt, sie dazu zu motivieren und ihnen eine Idee davon zu vermitteln, wie Nachhaltigkeit funktionieren kann und weshalb Nachhaltigkeit auch für sie wichtig ist. Natürlich gilt das Gleiche auch für die Teilnehmenden unserer Schulabschlusskurse. BNE muss dabei natürlich im Idealfall immer ein fächerübergreifender Ansatz sein. In dieser Handreichung wird eine Möglichkeit vorgestellt, BNE in den Mathematikunterricht zu integrieren.

Zunächst werden die Begriffe Nachhaltigkeit und BNE erklärt. Danach wird BNE mit dem Thema Mathematikunterricht zusammengebracht. Anschließend wird kurz das Kompetenzmodell des Kernlehrplans für Mathematik erläutert. Zum Abschluss werden Aufgaben entworfen, die dem Kompetenzmodell entsprechen und gleichzeitig die Teilnehmenden zum Nachdenken über Nachhaltigkeit motivieren sollen.

2 Bildung für nachhaltige Entwicklung (BNE)

2.1 Definitionen des Begriffs Nachhaltigkeit

Manchmal erscheint es, als sei der Begriff Nachhaltigkeit eine Erfindung unserer Zeit. Jedoch lieferte der Freiburger Oberberghauptmann Hans Carl von Carlowitz bereits vor mehr als dreihundert Jahren Anweisungen zur Waldwirtschaft, die wir heute als nachhaltig betrachten würden. Er sagt, dass man in einem Wald nie mehr abholzen darf, als in einer gewissen Zeit auf natürliche Weise nachwachsen kann. In diesem Kontext benutzt er Begriffe wie, „*kluge Art der Waldbewirtschaftung*“ und spricht von einer „beständigen Art und nachhaltigen Nutzung des Waldes“. Er will also mit seiner Methode der Waldwirtschaft sicherstellen, dass ein natürliches, regeneratives System in seinen grundlegenden Eigenschaften dauerhaft erhalten bleibt.

Die sogenannte Brundtland-Definition gilt bis heute als klassische Definition der Nachhaltigkeit. Sie geht auf das Jahr 1987 zurück. „*Dauerhafte Entwicklung ist Entwicklung, die die Bedürfnisse der Gegenwart befriedigt, ohne zu riskieren, dass künftige Generationen ihre Bedürfnisse nicht befriedigen können.*“¹ Hier wird nach einer gerechteren Verteilung der Ressourcen zwischen den Generationen verlangt. Des Weiteren wird ebenfalls eine gerechtere Verteilung zwischen Nord und Süd gefordert.

Eine weitere Definition von Nachhaltigkeit lässt sich im Wirtschaftskontext finden: „Nachhaltigkeit bedeutet, nicht Gewinne zu erwirtschaften, die dann in Umwelt- und Sozialprojekte fließen, sondern Gewinne bereits umwelt- und sozialverträglich zu erwirtschaften.“²

Zusammenfassend lässt sich also sagen, dass der zentrale Punkt bei nachhaltigen Entwicklungen immer ist, dass man bereits heute einen Blick auf morgen richtet und, dass heute nicht Probleme (egal ob sozial, ökologisch oder wirtschaftlich) verursacht werden, deren Lösungen wir als Aufgabe an die Zukunft stellen.“

¹ Volker Hauff (Hrsg.), Unsere gemeinsame Zukunft. Der Brundtland-Bericht der Weltkommission für Umwelt und Entwicklung, Greven 1987, S. 46.

² <https://www.bpb.de/apuz/188663/was-ist-nachhaltigkeit-dimensionen-und-chancen>, Zugriff am 24.05.2021

2.2 Bildung für nachhaltige Entwicklung (BNE)

„BNE-Lernprozesse zielen auf den fachlichen und überfachlichen Aufbau von Wissen und die Entwicklung von Fähigkeiten ab, die es Schülerinnen und Schülern ermöglichen, ihre mögliche Rolle in einer Welt komplexer Herausforderungen zu reflektieren, verantwortungsvolle Entscheidungen zu treffen, eigene Handlungsspielräume für einen gesellschaftlichen, wirtschaftlichen und politischen Wandel zu erkennen und sich trotz Widersprüchen, Unsicherheiten und Zielkonflikten aktiv und kreativ an Aushandlungs- und Gestaltungsprozessen für eine nachhaltige Entwicklung zu beteiligen. Schule leistet zum Aufbau von Wissen und zur Entwicklung von Fähigkeiten einen wichtigen Beitrag.“³

Dieser Auszug aus den Leitlinien zur nachhaltigen Entwicklung vom Ministerium für Schule und Bildung des Landes Nordrhein-Westfalen bezieht sich auf Schülerinnen und Schüler, die in NRW einen Schulabschluss erreichen wollen. Natürlich lässt er sich inhaltlich auch auf die erwachsenen Teilnehmer anwenden, die an der vhs Bildungsabschlüsse nachholen. Somit lassen sich BNE-Lernprozesse auch in unserem Kontext so definieren.

BNE-Lernprozesse zielen darauf ab, Kinder, Jugendliche und Erwachsene in die Lage zu versetzen, ihr Leben so zu gestalten, dass sie zu einer nachhaltigen Entwicklung in allen Lebensbereichen beitragen können, also Zukunft sozial gerecht, wirtschaftlich erfolgreich, ökologisch verträglich, kulturell vielfältig und demokratisch zu gestalten.

Hervorzuheben ist hierbei natürlich der fächerübergreifende Ansatz: „Was in Mathematik gilt, gilt genauso auch in Physik, Chemie o. ä.“ Die Teilnehmer dürfen die einzelnen Fächer nicht als Konkurrenten begreifen, sondern müssen sie als einander ergänzend wahrnehmen. Nur so kann ihnen ein stimmiges Gesamtbild entstehen, das sie am Ende in die Lage versetzt, für sich selbst aber auch immer mit dem Blick für die gesellschaftlichen und globalen Auswirkungen ihres Handelns eigenverantwortliche und zukunftsfähige Entscheidungen zu treffen.

³ Leitlinien für nachhaltige Entwicklung. Schule in NRW Nr. 9052, hrsg. vom Ministerium für Schule und Bildung des Landes Nordrhein-Westfalen, Düsseldorf, 1. Auflage 2019

2.3 BNE im Fach Mathematik

Denkt man über Nachhaltigkeit nach, fällt einem das Fach Mathematik sicherlich nicht als erstes ein. Biologie (mit seiner Dimension Ökologie) kommt da wahrscheinlich eher ins Gedächtnis, oder auch Physik. Hier ließen sich zum Beispiel Wirkungsgrade und ihre Auswirkung auf unseren Energieverbrauch diskutieren. Solch eine fächerübergreifende Aufgabe wird als Beispiel 3.4 vorgestellt werden. Das liegt vor allem wohl daran, dass der Mathematikunterricht, den wir kennengelernt haben, in der Regel darauf ausgerichtet war, möglichst viele mathematische Techniken zu erlernen, weniger Aufgaben in realistischen Sachkontexten zu lösen und zu verstehen.

Doch gerade im Fach Mathematik muss so oft wie möglich klargemacht werden, dass die gerechneten Aufgaben einen Bezug zum „wahren Leben“ haben. Das geht in der Regel nur mit kontextorientierten Sachaufgaben. Die Teilnehmenden dürfen aber auch hier nicht mit den errechneten Ergebnissen allein gelassen werden, im Anschluss an solch eine Aufgabe muss eine Diskussion stattfinden, die die Teilnehmer in die Lage versetzt, ihre Ergebnisse zu verstehen und ihre Bedeutung zu erfassen. Werden die Kontexte aktuell und zu passenden Themen aus dem Bereich der Nachhaltigkeit gewählt, selbstverständlich auch mit Zahlenbeispielen aus der Realität, kann Mathematik sehr wohl dazu beitragen, das Verständnis von Nachhaltigkeit bei den Teilnehmenden zu schärfen.

2.4 Aufgaben und Ziele des Mathematikunterrichts

Im Folgenden wird Bezug genommen auf den Kernlehrplan Mathematik für die Hauptschule in Nordrhein-Westfalen.⁴ Laut diesem Kernlehrplan soll der Mathematikunterricht drei zentrale Grunderfahrungen ermöglichen:

1. „technische, natürliche, soziale und kulturelle Erscheinungen und Vorgänge mithilfe der Mathematik wahrnehmen, verstehen, beurteilen und beeinflussen“

Auch wenn BNE hier nicht erwähnt wird, ist jedoch ein enger Punkt zur Anknüpfung gegeben. Wenn die Teilnehmenden die Erscheinungen aus ihrer Lebenswelt mit mathematischen Methoden wahrnehmen, verstehen und erfassen sollen, ist es natürlich möglich, durch gezielte Wahl der gestellten Probleme und Sachkontexte das Denken der Teilnehmenden in Richtung

⁴ Kernlehrplan und Richtlinien für die Hauptschule in Nordrhein-Westfalen, Mathematik, hrsg. Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen, Düsseldorf, 1. Auflage 2011

von nachhaltigem Denken zu beeinflussen, bzw. den Teilnehmenden einen Eindruck zu vermitteln, warum Nachhaltigkeit so zentral und wichtig ist. Eine Idee könnten hier Kontexte sein, die den IST-Zustand wiedergeben und Prognosen für die Zukunft so ableiten, dass die Teilnehmenden entstehende Probleme erkennen können und somit für diese sensibilisiert werden. Aufgabenvorschläge werden in Kapitel 3 gemacht. Durch gezielte Aufgabenstellungen können die Teilnehmenden zum Nachdenken, Weiterdenken und Hinterfragen angeregt werden.

2. „mathematische Gegenstände und Sachverhalte, repräsentiert in Sprache, Symbolen und Bildern, als geistige Schöpfungen, als eine deduktiv geordnete Welt eigener Art erkennen und weiterentwickeln“

Hier geht es tatsächlich darum, dass die Teilnehmenden mathematisches Denken, unabhängig von Kontexten, lernen. Sie bekommen damit Werkzeuge an die Hand gegeben, mit deren Hilfe eine Beschreibung der sie umgebenden Welt und der sie berührenden Lebensumstände ermöglicht werden kann. Außerdem sollen die Teilnehmenden in die Lage versetzt werden, innermathematisch weiter zu denken, also auch ohne konkrete Beispiele aus ihrer Lebenswelt mathematische Zusammenhänge zu erkennen. Als Beispiel kann hier die Herleitung der binomischen Formel genannt werden.

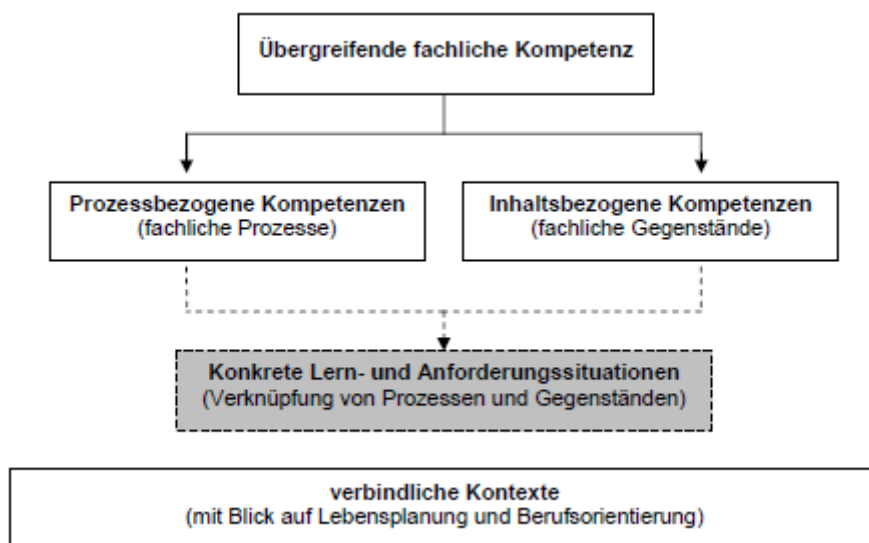
3. „in der Auseinandersetzung mit mathematischen Fragestellungen, Kreativität und Problemlösefähigkeiten, die über die Mathematik hinausgehen, erwerben und einsetzen“

Die Teilnehmenden sollen ausgehend von mathematischen Problemen und von mathematischen Problemlösungswegen lernen, die für die Mathematik typischen Methoden auch in anderen nicht-mathematischen Kontexten einzusetzen. Sie sollen in die Lage versetzt werden, neue Probleme kreativ anzugehen und zu lösen. Das stellt sicherlich für BNE die wichtigste zu erwerbende Kompetenz dar. Hier kann ein Beispiel das neue Auto sein, das erworben werden soll. Statt eine rein emotionale Entscheidung zu treffen, haben die Teilnehmenden verschiedene Techniken erlernt, mit deren Hilfe sie verschiedene Autos miteinander vergleichen können. Welches Finanzierungsangebot ist besser? Welches Auto ist auf Dauer günstiger bzgl. Verbrauch und anderer laufender Kosten? Welches Auto ist das nachhaltigere?

Nehmen wir diese drei Grunderfahrungen, die der Mathematikunterricht vermitteln soll einmal zusammen, dann lässt sich sagen, dass es in allen drei Punkten Anknüpfungsmöglichkeiten für BNE gibt. Es sei jedoch noch einmal betont, dass die Wahl der entsprechenden Sachkontexte wichtig ist. Außerdem wird darauf hingewiesen, dass Aufgaben dieser Art besprochen und diskutiert werden müssen. Dies gilt nicht nur bezüglich richtig/falsch/Lösungsweg, sondern vor allem müssen die Ergebnisse analysiert und in ihrer Bedeutung erfasst werden. Hier ist es

die Aufgabe der Lehrkraft, die Teilnehmenden nicht allein zu lassen, sondern die Ergebnisse der Aufgaben in Diskussionen „mit Leben zu füllen“, ihnen Bedeutung zu verleihen und ihre Relevanz für das Leben und die Umwelt der Lernenden klar zu machen.

2.5 Prozess, Inhalt und Kontext



Grafik aus:

Kernlehrplan und Richtlinien für die Hauptschule in Nordrhein-Westfalen, Mathematik, hrsg. Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen, Düsseldorf, 1. Auflage 2011

Eine Möglichkeit zum Erreichen der Ziele stellt die Unterteilung in verschiedene Kompetenzbereiche dar, die zunächst erklärt und im Folgenden genauer ausdifferenziert werden.

Prozessbezogene Kompetenzen sind solche Kompetenzen, die die Grunddimension des fachlichen Handelns repräsentieren. Diese Kompetenzen dienen dazu, einzelne mathematische Teiloperationen entlang der fachlichen Kerne zu strukturieren, sie für die Lernenden zugänglich zu machen und strukturiert und übersichtlich darzustellen.

Inhaltsbezogene Kompetenzen stellen die konkreten mathematischen Inhalte dar.

Konkrete Lern- und Anforderungssituationen stellen die Verbindung zwischen den beiden oben genannten Kompetenzbereichen her.

Verbindliche Kontexte geben der Unterrichtsplanung die Möglichkeit, auf die Lebensplanung der Teilnehmenden einzugehen. Hier bietet sich natürlich die Möglichkeit der Einbindung von BNE an.

2.6 Prozess-, inhaltsbezogene Kompetenzen und BNE

Als prozessbezogene Kompetenzen sehen wir Modellieren, Problemlösen, Argumentieren, Kommunizieren und Werkzeugebenutzen an.

Modellieren: Als Modellieren bezeichnet man den Prozess der Beschreibung außermathematischer Realität mithilfe von mathematischen Begriffen und Zusammenhängen, außerdem die Anwendung mathematischer Zusammenhänge zur Lösung konkreter Alltagsprobleme. In diesem Bereich lassen sich sehr viele kreative Ideen finden, die den Teilnehmenden die Wichtigkeit von Nachhaltigkeit ganz konkret vor Augen führen. Des Weiteren können die Teilnehmenden hier konkrete Lösungsvorschläge entwickeln und eventuell in ihren mathematischen Modellen deren Wirksamkeit überprüfen.

Problemlösen: Problemlösen ist der Prozess der Beantwortung von inner- oder außermathematischen Kontexten, welche zunächst nicht lösbar erscheinen, durch schematische oder indirekte Anlehnung an bekannte Muster. Ein Beispiel hierzu kann das Beispiel 3.1 im Folgenden sein. Die Teilnehmenden kennen die Begriffe lineare Funktion, Steigung, y-Achsenabschnitt und wenden diese im Kontext des Erdölverbrauchs an.

Argumentieren: Das Argumentieren ist der Prozess des Begründens und Beweisens neuer mathematischer Zusammenhänge unter Rückgriff auf bereits Erlerntes. Bezogen auf BNE lernen die Teilnehmenden hier konkret, ihre eigenen Rückschlüsse zu ziehen und Informationen zu hinterfragen bzw. richtig einzuordnen. In unserer von Medien dominierten Welt, die eine Fülle an Informationen bereitstellt, ist diese Fähigkeit besonders wichtig, um nicht auf „Fake-News“ hereinzufallen und um sich eine eigene wohlbegründete Meinung zu bilden.

Kommunizieren: Das Kommunizieren ist der Prozess der Dokumentation fachlicher Bearbeitung und des Austausches über fachliche Bearbeitung. Die Teilnehmenden erlernen, sich über fachliche, aber natürlich auch über Sachinhalte auszutauschen. Im Rahmen dieses Austausches werden die gemachten Entdeckungen verarbeitet und diskutiert.

Werkzeuge nutzen: Das Nutzen von Werkzeugen ist der Prozess des Delegierens von untergeordneten Aufgaben an digitale und nicht-digitale Hilfsmittel. Dieser Punkt ist wichtig, da ohne das Auslagern Zeit und Ressourcen für untergeordnete Aufgaben verschwendet würden, was die Lösung der eigentlichen Aufgaben verzögert oder unmöglich macht.

Auf der Seite der inhaltsbezogenen Kompetenzen sind Arithmetik/Algebra, Geometrie, Funktionen und Stochastik zu nennen.

Arithmetik/Algebra: Die Arithmetik umfasst den konkreten Umgang mit Zahlen. Im Alltag begegnet uns dieser Umgang tagtäglich im Sachrechnen (wie viel muss ich für den gesamten Einkauf zahlen, wie viel darf ich ausgeben, wenn ich bestimmte Einnahmen habe, ...). In der Algebra wird der konkrete Umgang mit Zahlen auf symbolische Elemente, „Variablen“, verallgemeinert. Hiermit findet eine Abstraktion von der konkreten Situation statt. Gleichzeitig werden die Rechenoperationen auf viele verschiedene Anwendungskontexte übertragbar.

Geometrie: In der Geometrie geht es darum, ebene und räumliche Strukturen in ihren Maßen und Formen zu erfassen und zu beschreiben.

Funktionen: Funktionen sind mathematische Modelle für den Zusammenhang zwischen zwei Größen. Funktionales Denken stellt eine der wichtigsten Grundlagen für das Verstehen unserer technisierten und ökonomisierten Welt dar.

Stochastik: In der Stochastik werden Daten analysiert und Vorhersagen über den Ausgang von Zufallsexperimenten gemacht. Für unseren Kontext Nachhaltigkeit ist das korrekte Verständnis von Daten und Statistiken elementar wichtig. Nur wenn die Lernenden den IST-Zustand verstehen und erfassen können, werden sie in der Lage sein, Probleme auszumachen. Erst das versetzt sie in die Lage, sich mit der Lösung dieser Probleme zu beschäftigen.

3 Beispielaufgaben

Im folgenden Kapitel werden vier Aufgaben mit Lösungen vorgestellt, die es ermöglichen können, die Teilnehmenden zu motivieren, sich mit dem Thema Nachhaltigkeit auseinanderzusetzen. Im Anschluss an die Aufgabe und deren Lösung wird jeweils kurz analysiert, welche Kompetenzen gefördert werden. Außerdem werden Anregungen für anschließende weiterführende Diskussionen gegeben.

3.1 Beispielaufgabe Kohleverbrauch

1994 betrugen die weltweiten Reserven an Kohle 1.039.191 Mio. Tonnen. Im Jahr 2014 betrugen die weltweiten Reserven an Kohle nur noch 891.531 Mio. Tonnen.⁵

- a) Um wie viel haben sich die Reserven an Kohle zwischen 1994 und 2014 verringert? Geben Sie die Verringerung auch prozentual an.
- b) Geben Sie an um wie viele Mio. Tonnen pro Jahr die Kohlevorräte zwischen 1994 und 2014 geschrumpft sind.
- c) Es wird nun angenommen, dass sich die Entwicklung der Kohlereserven durch eine lineare Funktion modellieren lässt. Bestimmen Sie diese lineare Funktion.
- d) Stellen Sie die lineare Funktion in einem passenden Diagramm dar. (x-Achse: Zeit seit 1994 in Jahren, y-Achse: Kohlevorräte in Mio. Tonnen)
- e) Lesen Sie ab, wie groß die Kohlevorräte im Jahr 2100 sein werden.
- f) Lesen Sie ab, wann die Kohlevorräte noch 500.000 Mio. Tonnen betragen werden.
- g) Lesen Sie ab, wann die Kohlevorräte weltweit zur Neige gehen. Bestätigen Sie diesen Wert durch eine Rechnung.
- f) Diskutieren Sie, ob die weitere Nutzung von Kohle sinnvoll ist!

⁵ <https://www.bpb.de/nachschlagen/zahlen-und-fakten/globalisierung/52770/kohle-reserven>, Zugriff 06.07.2021, 13.00 Uhr

Lösungen:

a) $1.039.191 - 891.531 = 147.660$; $\frac{147.660}{1.039.191} = 0,1421 = 14,21\%$

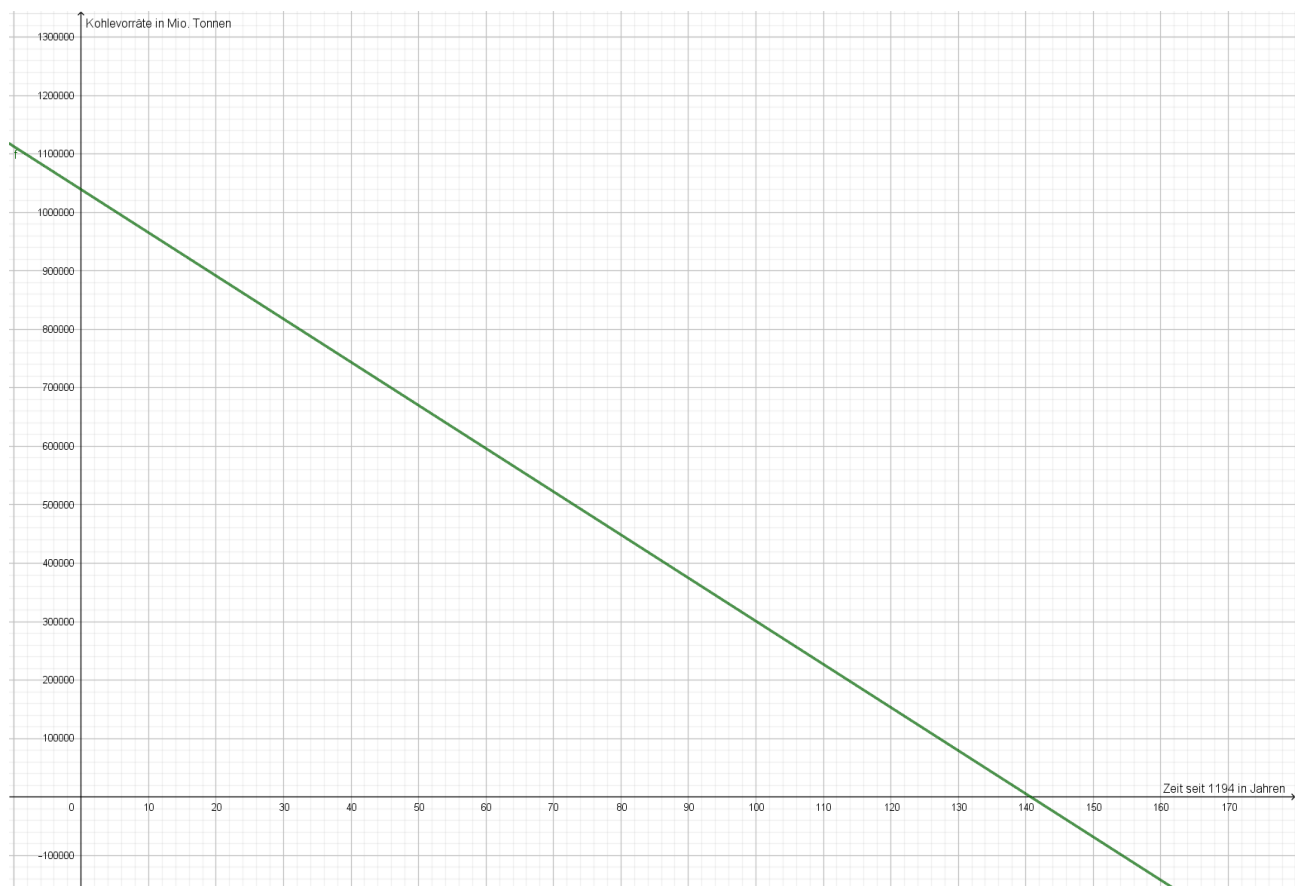
In den zwanzig Jahren zwischen 1994 und 2014 sind die Kohlereserven um 147.660 Mio. Tonnen geschrumpft. Dies entspricht 14,21 %.

b) $147.660 : 20 = 7383$

Im Durchschnitt sind die Kohlevorräte zwischen 1994 und 2014 um 7383 Mio. Tonnen pro Jahr geschrumpft.

c) $f(x) = -7383 \cdot x + 1.039.191$

d)



e) Das Jahr 2100 entspricht dem x-Wert 106.

Die Kohlevorräte werden im Jahr 2100 noch ca. 250.000 Mio. Tonnen betragen.

f) abgelesen: $x=74$,

Im Jahr 2068 werden noch 500.000 Mio. Tonnen Kohle vorrätig sein.

g) abgelesen $x = 141$

rechnerisch:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -7383 \cdot x + 1.039.191 = 0 \Leftrightarrow -7383 \cdot x = -1.039.191 \Leftrightarrow x = 140,75$$

Im Jahr 2135 werden die heute bekannten Kohlevorräte erschöpft sein.

f) Diskussion im Klassenverband. Die Diskussion kann von der Lehrkraft in die Richtung gelenkt werden, ob die Nutzung nicht regenerativer Energiequellen sinnvoll ist. Innerhalb der Diskussion sind immer wieder Bezüge zu den Ergebnissen der Aufgabenteile a) - g) einzubeziehen. Zwar sind 140 Jahre eine lange Zeit, aber eben eine begrenzte. Hier lassen sich auch Querverbindungen zu anderen fossilen Energieträgern ziehen. Ebenfalls lässt sich hier über die Tatsache diskutieren, dass das Verbrennen der Kohle natürlich das klimaschädliche CO_2 in erheblichen Mengen in die Atmosphäre freisetzt.

Diese Aufgabe deckt einen großen Teil der im Kernlehrplan geforderten Kompetenzen ab.

Auf der prozessorientierten Seite sind das:

Modellieren und Problemlösen: Das Wissen über lineare Funktionen und deren Eigenschaften (Steigung, y-Achsenabschnitt, Nullstellen) wird in einem unbekannten Sachkontext angewendet. Es entsteht somit ein mathematisches Modell des eigentlich außermathematischen Problems.

Argumentieren und Kommunizieren: Diese Aufgabe kann in Kleingruppen bearbeitet und hinterher im Klassenverband besprochen werden. Somit wird die Kompetenz Kommunizieren gestärkt. Ein abschließendes Besprechen der gesamten Aufgabe und eine Diskussion über f) fördern die Kompetenzen im Bereich Argumentieren. Des Weiteren findet genau in diesem Kompetenzbereich auch die inhaltliche Auseinandersetzung mit der Aufgabe statt. Hier ist in der Diskussion der Anknüpfungspunkt für das Thema Nachhaltigkeit gegeben.

Werkzeuge nutzen: Natürlich kann ein Taschenrechner als Hilfe verwendet werden. Die grafische Darstellung der Funktion kann mit einer dynamischen Geometriesoftware z. B. Geogebra (www.geogebra.org) erfolgen.

Auf inhaltsbezogener Seite sind abgedeckt:

Funktionen: Die reale Situation wird als funktionaler Zusammenhang begriffen und dargestellt.

Stochastik: Die vorgegebenen Daten werden analysiert und weiter bearbeitet um Fragestellungen zu klären.

Arithmetik/Algebra: Wird beim Minus-, Plus und Prozentrechnen abgedeckt, aber auch beim Bestimmen der Nullstellen.

3.2 Beispielaufgabe Windrad

Eine regenerative Energiequelle stellt die Windenergie dar. Um sie zu nutzen, werden sogenannte Windkraftanlagen oder Windräder gebaut. Der Bau dieser Windräder unterliegt einigen Regeln. Unter Anderem muss der Abstand von zwei Windrädern zueinander den 5-fachen Rotordurchmesser betragen.

Wir betrachten im Folgenden ein Windrad mit einem Rotordurchmesser von 100 m, eine durchschnittlich große Windanlage.

- a) Der Rotordurchmesser dieses Windrades beträgt 100 m. Wie groß ist der Radius?
- b) Welche Strecke legt die Spitze eines Flügels bei einer Umdrehung zurück?
- c) Bei stärkerem Wind benötigt die Flügelspitze 4 Sekunden für eine Umdrehung. Wie schnell ist die Spitze?
- d) Wie weit muss die nächste Windkraftanlage entfernt sein, wenn die Regel zum 5-fachen Rotordurchmesser angelegt wird?
- e) Wie groß ist dann die Fläche, die solch ein Windrad benötigt? Geben Sie das Ergebnis auch in km^2 an.
- f) Laut Umweltbundesamt können in Deutschland ca. 3100 km^2 für die Windenergie genutzt werden.⁶ Wie viele Windräder könnte man also prinzipiell in Deutschland bauen?

⁶ Umweltbundesamt (2019): Analyse der kurz- und mittelfristigen Verfügbarkeit von Flächen für die Windenergienutzung an Land. Abschlussbericht.

g) Angenommen ein Windrad kann ca. 2000 Haushalte mit je 3 Personen mit Strom versorgen. Deutschland hat 83.000.000 Einwohner. Wie hoch ist der Anteil der Haushalte, die maximal mit Strom aus Windenergie versorgt werden können?

Lösungen:

a) $r = 50m$

Der Radius beträgt 50 m.

b) Gesucht ist der Umfang des Kreises: $u = 2\pi r = 2\pi 50m = 314,16m$

Die Flügelspitze legt bei einer Umdrehung eine Strecke von 314,16 m zurück.

c) $v = \frac{s}{t} = \frac{314,16}{4} = 78,54$

Die Flügelspitze hat eine Geschwindigkeit von $78,54 \frac{m}{s} = 282,74 \frac{km}{h}$.

d) Der Rotordurchmesser beträgt 100 m, also $5 \cdot 100m = 500m$. Die nächste Anlage muss einen Abstand von 500 m haben.

e) Gesucht ist die Fläche eines Kreises mit Radius 250 m: $A = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 250^2 = 196349,54$

Jedes einzelne Windrad benötigt eine Fläche von $196.349m^2 \approx 0,2km^2$.

f) $\frac{3100}{0,2} = 15500$ Es könnten insgesamt ca. 155.00 Windräder in Deutschland gebaut werden.

g) Es gibt in Deutschland ungefähr $\frac{83.000.000}{3} = 27.666.667$ Haushalte. Ein Windrad versorgt 2000 Haushalte, also würden man $\frac{27.666.667}{2000} = 13833$ Windkraftanlagen benötigen. Also können maximal $\frac{13833}{15500} = 0,89 = 89\%$ der Haushalte mit Windenergie versorgt werden.

Anregung zur Diskussion:

- Abstand der Windräder zur Bebauung, Infraschall, Umweltprobleme, Vogelzug Bezug zu c).
- Energieverbrauch der Industrie ist hier NICHT berücksichtigt, daher ist der Wert sehr optimistisch.

Auf prozessorientierter Seite werden hier die folgenden Kompetenzen abgedeckt:

Modellieren: Die Teilnehmenden müssen erkennen, dass die gesuchten Formen sich am besten als Kreise darstellen lassen.

Kommunizieren: Die Teilnehmenden arbeiten in Kleingruppen und diskutieren ihre Aufgabenlösungen untereinander, am Ende stellen sie ihre Lösungen der Gesamtgruppe vor.

Werkzeuge nutzen: Auch hier wird wieder der Taschenrechner als Werkzeug genutzt. Natürlich können auch entsprechende Skizzen hier als hilfreiches Werkzeug dienen, um den Teilnehmenden den Sachverhalt zu verdeutlichen.

Auf inhaltsbezogene Kompetenzen bezogen deckt diese Aufgabe den Bereich der Geometrie, hier insbesondere das Thema Kreise, den Bereich Stochastik (Berechnung von Anteilen) und den Bereich Arithmetik ab.

3.3 Beispielaufgabe Atmosphärisches CO_2

Kohlenstoffdioxid (CO_2) ist ein farb- und geruchloses Gas, das auf natürliche Weise in unserer Atmosphäre vorkommt. Da es Wärmestrahlung absorbiert (also die Strahlung, die von der Sonne zur Erde kommt, aufnimmt), hat es einen starken Einfluss auf die Oberflächentemperatur unseres Planeten, welche natürlich das gesamte Klima der Erde maßgeblich bestimmt.

Messungen der CO_2 -Konzentration in der Atmosphäre haben auf der Zugspitze die folgenden Werte ergeben: Dezember 1981: 338,7ppm; Dezember 2020: 418,32ppm⁷

(ppm steht für parts per million und gibt an, wie viele Moleküle CO_2 in einer Million Luftmoleküle zu finden sind).

a) Bestimmen Sie aus diesen beiden Werten eine lineare Funktion, die die Zunahme von CO_2 in der Atmosphäre beschreibt.

b) Wie groß war in diesem Modell die Konzentration im Jahr 2000?

c) Heute wird eine Marke von $1,5^\circ C$ Erderwärmung als gefährlich angenommen. Man geht davon aus, dass diese Erderwärmung bei einer CO_2 -Konzentration von 560ppm erreicht wird. Wann ist das in diesem Modell der Fall?

Legt man ein anderes Modell für das Wachstum der Kohlenstoffdioxid-Konzentration zu Grunde, können die Daten erheblich abweichen. Dies soll im Folgenden untersucht werden.

d) Bestimmen Sie eine Exponentialfunktion, die die Entwicklung des CO_2 in der Atmosphäre beschreibt.

e) Wie groß wird in diesem Modell die Kohlenstoffdioxid-Konzentration im Jahr 2000 sein? Vergleichen Sie mit dem Wert aus b).

f) Wann wird in diesem Modell die kritische Marke von 560 ppm erreicht? Vergleichen Sie das Ergebnis mit dem Ergebnis von c).

g) Was sind die Quellen von CO_2 ? Welche Probleme entstehen bei einer Erderwärmung von mehr als $1,5^\circ C$? Gibt es weitere „Klimagase“?

⁷ <https://www.umweltbundesamt.de/daten/klima/atmosphaerische-treibhausgas-konzentrationen#kohlendioxid->

Lösungen:

$$\text{a) } 12.1981: t = 0; 12.2020: t = 39; m = \frac{418,32 - 338,7}{39 - 0} = 2,04;$$

$$y = m \cdot x + b \Rightarrow 338,7 = 2,04 \cdot 0 + b \Rightarrow b = 338,7 \Rightarrow f(x) = 2,04 \cdot x + 338,7$$

Hierbei beschreibt x die seit 1981 vergangenen Jahre und f(x) die Konzentration von CO_2 in der Atmosphäre.

$$\text{b) } t = 19 \Rightarrow f(19) = 2,04 \cdot 19 + 338,7 = 377,46$$

Die Konzentration im Jahr 2000 betrug in unserem Modell 377,46 ppm.

$$\text{c) } 560 = 2,04 \cdot x + 338,7 \Rightarrow 221,3 = 2,04 \cdot x \Rightarrow x = 108,48$$

In dem Modell der linearen Funktion wird das für $x=108,5$ also im Jahr 2089 der Fall sein.

$$\text{d) } f(x) = c \cdot a^x \text{ einsetzen: } 338,7 = c \cdot a^0 \Rightarrow 338,7 = c; \text{ also } 418,32 = 338,7 \cdot a^{39} \Rightarrow 1,24 = a^{39} \Rightarrow a = 1,005. \text{ Also } f(x) = 338,7 \cdot 1,005^x.$$

$$\text{e) } f(19) = 338,7 \cdot 1,005^{19} = 372,37$$

Die CO_2 -Konzentration wird im Jahr 2000 372,37 ppm betragen. Im Vergleich gibt das Modell der linearen Funktion einen niedrigeren Wert an.

$$\text{f) } 560 = 338,7 \cdot 1,005^x \Rightarrow 1,65 = 1,005^x \Rightarrow x = \log_{1,005}(1,65) = 100$$

Im Modell der exponentiellen Zunahme wird die kritische Marke bereits im Jahr 2081 erreicht. Also etwas früher als in Aufgabe c).

In dieser Aufgabe erkennen die Teilnehmenden zum einen, dass die Einsparung von CO_2 wichtig ist, da der Zeitpunkt, an dem die Konzentration zu einem zu starken Anstieg der durchschnittlichen Temperaturen führt in absehbarer Nähe liegt. Zum anderen erkennen die Teilnehmenden die Problematik verschiedener mathematischer Modelle, die verschiedene Ergebnisse liefern. Welches Ergebnis ist richtig? Hier bietet sich eine Diskussion über mathematische Modelle und Modellbildung an.

Auf prozessorientierter Seite werden hier Modellieren (die Teilnehmenden modellieren die reale Situation mit zwei verschiedenen Funktionen), Kommunizieren (die Teilnehmenden erarbeiten Lösungen, stellen sie vor und diskutieren sie) und Werkzeuge nutzen (die Teilnehmenden nutzen den Taschenrechner) abgedeckt.

Auf inhaltsbezogener Seite werden Funktionen (lineare und exponentielle) und der Bereich Arithmetik abgedeckt.

Des Weiteren sollen die Teilnehmenden in Aufgabe g) ihre Recherchefähigkeiten verbessern. Hier kann besprochen werden, wie die Teilnehmenden angemessene Quellen für solche Rechercheaufgaben finden und bewerten können.

3.4 Beispielaufgabe LED vs. Glühbirne

Die physikalische Größe „Wirkungsgrad“ gibt an, wie viel der aufgenommenen Leistung auch tatsächlich für das genutzt wird wofür sie bestimmt ist. Im Folgenden werden die Wirkungsgrade von LED-Leuchtmitteln mit denen von normalen Glühbirnen verglichen.

Der Wirkungsgrad einer herkömmlichen 60 W Glühbirne liegt bei 5 %.

a) Berechnen Sie wie viel Leistung zu Licht wird und wie viel Leistung als Wärme ungewollt an die Umgebung abgegeben wird.

Der Wirkungsgrad eines LED-Leuchtmittels liegt bei 50 %.

b) Welche Leistung muss eine LED aufnehmen, damit sie so viel Licht abgibt wie die 60 W Glühbirne?

c) Vergleichen Sie die Ergebnisse aus a) und b) miteinander.

d) Eine 60 W Glühbirne sei den ganzen Abend (5 Stunden) eingeschaltet. Wie viel Energie verbraucht sie insgesamt? Wie lange könnte eine LED damit leuchten? Diskutieren Sie Ihre Ergebnisse.

e) Besprechen Sie Ihre Ergebnisse und diskutieren Sie vor diesem Hintergrund das Verbot von Glühbirnen.

Tipp: Die verbrauchte Energie berechnet sich als Leistung (in Watt) mal Zeit (in Sekunden). Die Einheit der Energie ist J (Joule).

Lösungen:

a) Licht: $60W \cdot \frac{5}{100} = 3W$; Wärme: $60W - 3W = 57W$

Eine herkömmliche 60 W Glühbirne gibt nur 3 W an Licht ab, 57 W gehen an Wärme ungewollt verloren.

b) Die LED soll 3 W an Licht abgeben.

Bei einem Wirkungsgrad von 50 % heißt das, dass sie insgesamt 6 W elektrischer Leistung aufnehmen muss.

c) Die LED braucht nur 1/10 der Leistung einer herkömmlichen Glühbirne, um das selbe Licht zu erzeugen.

d) Energieverbrauch Glühlampe: 5Stunden = 300Minuten = 18000Sekunden.

$$\text{Energie} = \text{Leistung} \cdot \text{Zeit} = 60W \cdot 18000s = 1080000J$$

Formel umstellen: $\text{Energie} = \text{Leistung} \cdot \text{Zeit} \Rightarrow \text{Zeit} = \frac{\text{Energie}}{\text{Leistung}}$. Also

$$\text{Zeit} = \frac{1080000J}{6W} = 180000\text{Sekunden} = 3000\text{Minuten} = 50\text{Stunden}$$

Eine vergleichbare LED leuchtet statt eines Abends mehr als zwei volle Tage lang.

e) Diskussion über die Ergebnisse.

In der Diskussion können nochmal alle Zahlenwerte miteinander verglichen werden. Es kann herausgearbeitet werden, dass man Energie immer so effizient wie möglich einsetzen sollte, zum einen, weil Geld gespart werden kann (das kann ja als Motivation dienen) und zum anderen, aus Gründen der Nachhaltigkeit. Jede Energie die nicht (unnötig) verbraucht wird, muss auch nicht erzeugt werden. Damit geht z. B. eine Einsparung des klimaschädlichen CO_2 einher.

Auf prozessbezogener Ebene werden hier vor allem Kommunizieren (die Teilnehmenden besprechen ihre Lösungen und kommen am Ende zu einer Diskussion über Energieverbrauch und den effektiven Einsatz von Energie) und Werkzeuge nutzen (Taschenrechner) abgefragt.

Inhaltsbezogen deckt diese Aufgabe vor allem den Bereich Arithmetik ab, insbesondere das Umrechnen der Zeiten sei hier erwähnt, aber auch die Anwendung und die Umstellung der hier in Worten notierten Formel. Für die Lösung der Aufgabe und das Verständnis des Sachzusammenhanges ist es nicht erforderlich, dass die Teilnehmenden zusätzlich zu den physikalischen Zusammenhängen auch noch die entsprechenden physikalischen Formelzeichen benutzen.

Durch die Wahl des Kontextes ist hier ein fächerübergreifender Ansatz zum Fach Physik vorhanden. Die physikalischen Größen Energie, Leistung und Wirkungsgrad werden kurz erklärt, ihre Einheiten werden angegeben. Die korrekte Nutzung der Einheiten und physikalische Kenntnisse sind zwar hilfreich, aber nicht unbedingt erforderlich.

3.5 Beispielaufgabe Inlandsflug

In der folgenden Aufgabe wird ein Inlandsflug von Berlin nach Bonn (596 km) mit einer Autofahrt und einer Bahnfahrt auf derselben Strecke verglichen. Sämtliche Daten stammen aus (<https://www.quarks.de/umwelt/klimawandel/co2-rechner-fuer-auto-flugzeug-und-co/>)⁸

- Ein Flugzeug emittiert 21,1 kg CO_2 pro 100 km. Dieser Wert ist bereits auf eine Person heruntergerechnet. Wie viel CO_2 werden auf der gesamte Flugstrecke emittiert?
- Auf einer Bahnfahrt werden pro Person 3,6 kg CO_2 frei. Wie viel kg CO_2 fallen hier für die gesamte Strecke an?
- Mit dem eigenen neuen PKW werden 19,7 kg CO_2 pro 100 km frei. Auch dieser Wert ist auf eine Person heruntergerechnet. Wie viel CO_2 wird auf der Autofahrt von Bonn nach Berlin frei?
- Was ist die ökologischste Art von Bonn nach Berlin zu reisen?
- Wie viel Prozent CO_2 lässt sich bei einer Bahnfahrt bzw. bei einer Autofahrt im Vergleich zum Inlandsflug einsparen?
- Wieso spielt die Strecke von Bonn nach Berlin eine Rolle? Bewerten Sie die Sinnhaftigkeit.

Lösungen:

a)

Strecke (km)	Emittiertes CO_2 (kg)
100	21,1
1	0,211
596	125,76

Beim Fliegen werden 125,76 kg CO_2 freigesetzt.

⁸ <https://www.quarks.de/umwelt/klimawandel/co2-rechner-fuer-auto-flugzeug-und-co/>

b)

Strecke (km)	Emittiertes CO_2 (kg)
100	3,6
1	0,036
596	21,46

Beim Bahnfahren werden 21,46kg CO_2 emittiert.

c)

Strecke (km)	Emittiertes CO_2 (kg)
100	19,7
1	0,197
596	117,41

Bei der Fahrt mit dem eigenen modernen PKW werden 117,41 kg CO_2 freigesetzt.

d) Die Bahnfahrt ist die ökologischste Art, um die vorgegeben Strecke zurück zu legen, da hier die gesamte CO_2 -Abgabe am geringsten ist.

e) PKW: $1 - \frac{117,41}{125,76} = 1 - 0,9336 = 0,0664$. Mit dem PKW lassen sich ca. 6,6 % einsparen.

Bahn: $1 - \frac{21,46}{125,76} = 1 - 0,1706 = 0,8294$. Mit der Bahn lassen sich 82,94 % einsparen.

f) Bonn ist ehemalige Bundeshauptstadt, verschiedene Ministerien (insgesamt 6) haben ihren Sitz in Bonn, die meisten allerdings in Berlin.

Bei der Beurteilung der Sinnhaftigkeit können Argumente wie Reisekosten, Umweltschutz, Arbeitsplatzsicherung, bestehenden Infrastruktur und Gebäude in Bonn, ... angeführt werden.

Auf prozessbezogener Ebene werden hier vor allem Kommunizieren (die Teilnehmenden besprechen ihre Lösungen und kommen am Ende zu einer Diskussion über die effektivste Transportart) und Werkzeuge nutzen (Taschenrechner) abgefragt.

Inhaltsbezogen bewegt sich diese Aufgabe wieder im Bereich Arithmetik, hier ist insbesondere der Dreisatz wichtig. Auch der Bereich Stochastik wird mit der Berechnung der Anteile abgedeckt.

Diese Aufgabe steht im Spannungsfeld zwischen Politik, Nachhaltigkeit und Mathematik. Mit Hilfe von rein mathematischen Argumente ist die Entscheidung Bonn vs. Berlin nicht zu lösen. Hier erkennen die Teilnehmenden, dass Probleme im Bereich der Nachhaltigkeit immer mehrdimensional sind und auch aus mehreren Dimensionen betrachtet werden müssen.

3.6 Beispielaufgabe Energieverbrauch

Im Folgenden wird der Energieverbrauch in Deutschland betrachtet. Alle Daten und Grafiken stammen vom Umweltbundesamt.⁹

Zunächst betrachten wir den Verkehr:

a)

Energieträger	Energieverbrauch in TWh
Strom	12
Biokraftstoff	32
Mineralölprodukte	725
Gase	1

Wie groß ist der gesamte Energieverbrauch des Verkehrssektors?

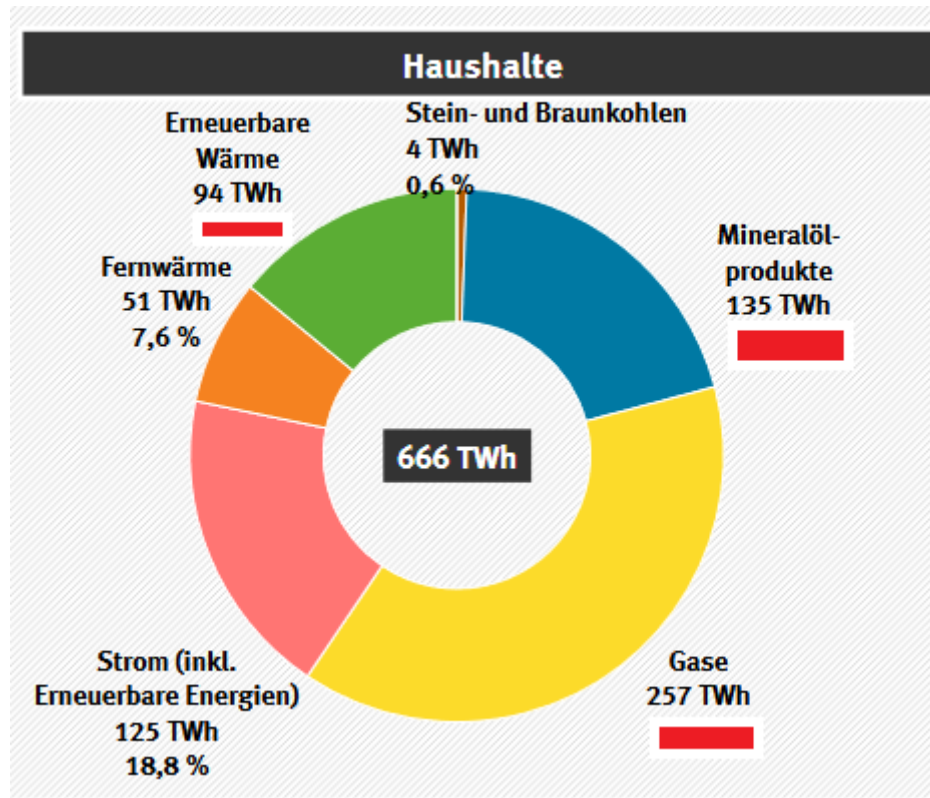
Stellen Sie die Daten in einem Kreisdiagramm dar und beschreiben Sie, wie Sie dabei vorgehen.

Beschreiben Sie das Diagramm.

⁹ <https://www.umweltbundesamt.de/daten/energie/energieverbrauch-nach-energietraegern-sektoren#entwicklung-des-endenergieverbrauchs-nach-sektoren-und-energietraegern>

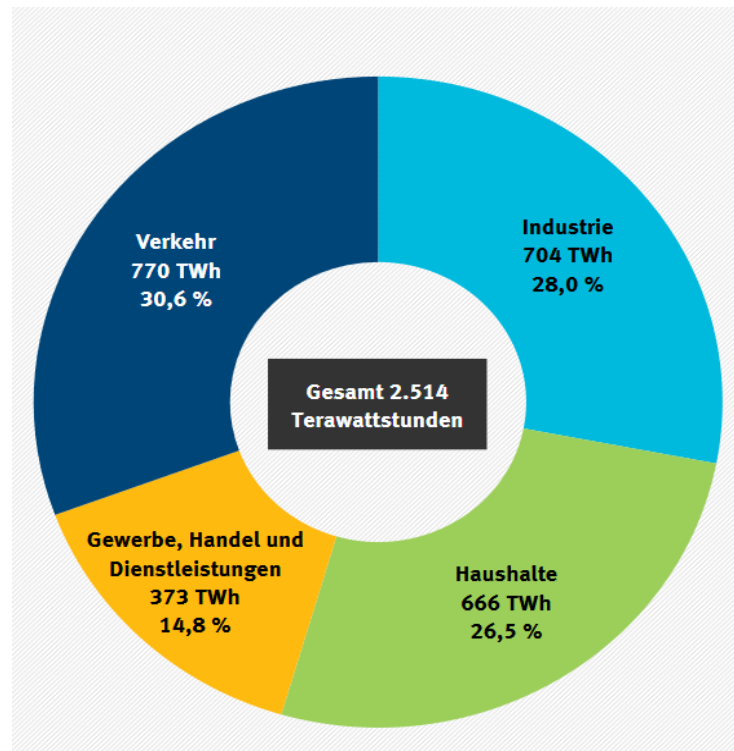
b)

Für private Haushalte ergibt sich die folgende Verteilung:



Berechnen Sie wie viel Prozent der Energie der Haushalte aus Mineralölprodukten, aus Gasen und aus Erneuerbarer Wärme stammen.

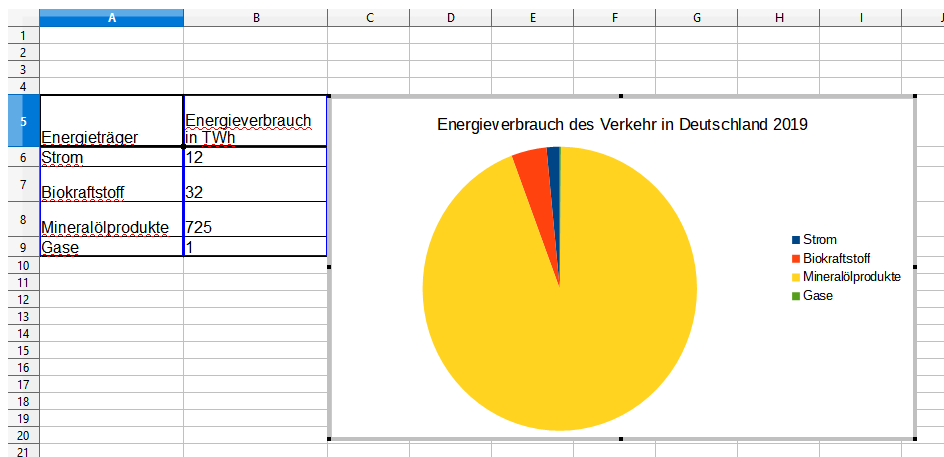
c) Richtig oder falsch? Nutzen Sie das folgende Diagramm sowie das Diagramm aus b) und begründen Sie.



1. Haushalte machen 26,5 % des gesamten Energieverbrauchs in Deutschland aus.
2. Insgesamt werden in Deutschland 2500 TWh Energie verbraucht.
3. In Haushalten werden weniger als 20 % des Energieverbrauchs von Strom gedeckt.
4. In Deutschland trägt der Verkehr am meisten zum gesamten Energieverbrauch bei.
5. Die Industrie verbraucht weniger Energie als die privaten Haushalte.
6. In privaten Haushalten sind Gase der wichtigste Energielieferant.

Lösungen:

a) Gesamte Energieverbrauch: 770 TWh



b) Mineralölprodukte: $\frac{135TWh}{666TWh} = 0,2027 = 20,27\%$

Gase: $\frac{257TWh}{666TWh} = 0,3859 = 38,59\%$

Erneuerbarer Wärme: $\frac{94TWh}{666TWh} = 0,1411 = 14,11\%$

c)

1. richtig
2. Falsch, 2514 TWh
3. richtig, 18,8 %
4. richtig
5. falsch, Industrie 28,0 %, Haushalte 26,5 %
6. richtig

Ergänzend zur Lösung der Aufgabe sollte die Einheit TWh erklärt werden.

Inhaltsbezogen werden hier vor allem der Bereich Stochastik (Erstellen und Auswerten von Diagrammen) und Arithmetik (Berechnen von Anteilen) abgedeckt.

Prozessbezogen ist hier vor allem die Verwendung von Werkzeugen (Taschenrechner und eventuell ein Tabellenkalkulationsprogramm) und Kommunizieren zu nennen.

4 Fazit

Aufgaben zum Thema Nachhaltigkeit lassen sich für den Mathematikunterricht problemlos konstruieren. Aktuelle und gut recherchierte Daten aus zuverlässigen Quellen spielen hierbei jedoch eine große Rolle.

Für die hier verwendeten Aufgaben wurden die folgende Quelle gewählt:

- die Bundeszentrale für politische Bildung
- das Umweltbundesamt
- die Website der Sendung Quarks des WDR

Ich denke, dass man sich bei diesen Quellen auf zuverlässige Daten verlassen kann. Diese Liste erhebt selbstverständlich keinen Anspruch auf Vollständigkeit.

Die Aufgaben und ihre Ergebnisse müssen unbedingt mit den Teilnehmenden diskutiert werden. Sie müssen schon durch die Aufgabenstellungen, oder aber zusätzlich durch zur Aufgabenlösung geführten Diskussionen, immer wieder dazu angeregt werden, ihre Rechenergebnisse zu reflektieren.

Des Weiteren ist es sehr wichtig, die Teilnehmenden in Bezug auf ihre Medienkompetenz zu unterstützen. Sie müssen lernen, welche Quelle zuverlässig sind. Wieso kann man Daten des Umweltbundesamtes oder der Bundeszentrale für politische Bildung zum Beispiel Wikipedia vorziehen? Hier bietet sich fächerübergreifend die Chance die Teilnehmenden in die Lage zu versetzen, zwischen echten Nachrichten und „Fake-News“ zu unterscheiden.

Am Ende sei noch der fächerübergreifende Ansatz von BNE betont. Eine effektive Sensibilisierung der Teilnehmenden kann nur stattfinden, wenn sie in allen Fächern forciert wird.

5 Quellen

1. Volker Hauff (Hrsg.), Unsere gemeinsame Zukunft. Der Brundtland-Bericht der Weltkommission für Umwelt und Entwicklung, Greven 1987, S. 46.
2. <https://www.bpb.de/apuz/188663/was-ist-nachhaltigkeit-dimensionen-und-chancen>, Zugriff am 24.05.2021
3. Leitlinien für nachhaltige Entwicklung. Schule in NRW Nr. 9052, hrsg. vom Ministerium für Schule und Bildung des Landes Nordrhein-Westfalen, Düsseldorf, 1. Auflage 2019
4. Kernlehrplan und Richtlinien für die Hauptschule in Nordrhein-Westfalen, Mathematik, hrsg. Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen, Düsseldorf, 1. Auflage 2011
5. <https://www.bpb.de/nachschlagen/zahlen-und-fakten/globalisierung/52770/kohle-reserven>, Zugriff 06.07.2021, 13.00 Uhr
6. Umweltbundesamt (2019): Analyse der kurz- und mittelfristigen Verfügbarkeit von Flächen für die Windenergienutzung an Land. Abschlussbericht.
7. <https://www.umweltbundesamt.de/daten/klima/atmosphaerische-treibhausgas-konzentrationen#kohlendioxid->
8. <https://www.quarks.de/umwelt/klimawandel/co2-rechner-fuer-auto-flugzeug-und-co/>
9. <https://www.umweltbundesamt.de/daten/energie/energieverbrauch-nach-energietraeger-sektoren#entwicklung-des-endenergieverbrauchs-nach-sektoren-und-energietraeger>